

18. Резюмета на публикациите на доц. д-р Тодор Тодоров

за участие в конкурс за заемане на академичната длъжност „професор“ в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5 Математика, научна специалност „Изчислителна математика“ обявен в Държавен вестник брой 50, 15 юни 2021г.

A62. M. S. Petrov, T. D. Todorov, G. Walters, D. M. Williams, F. D. Witherden, Enabling four-dimensional conformal hybrid meshing with cubic pyramids, arXiv, Cornell University. [ISSN 2331-8422](#)

Ортогонални базиси върху оптимално рафинирани хибридни мрежи

Основната цел на тази статия е да разработи нова стратегия за съгъстяване на четиримерни хибридни мрежи, базирани на кубични пирамиди. Предложената оптимална стратегия за съгъстяване рафинира дадена кубична пирамида конформно чрез набор от подобни кубични пирамиди и инвариантни бипентатопи. За кубичните пирамидални елементи е получен нов клас напълно симетрични квадратурни формули с положителни тегла. Тези квадратурни формули са точни за алгебрични полиноми със степени до 12. Ефективността им се демонстрира успешно върху полиномиални и трансцендентални функции. Представените методи за съгъстяване и квадратурни формули отварят нови възможности за употребата на метода на крайните елементи при решаване на пространствено времеви задачи.

Orthogonal bases in optimal refined hybrid meshes

The main purpose of this article is to develop a novel refinement strategy for four-dimensional hybrid meshes based on cubic pyramids. This optimal refinement strategy subdivides a given cubic pyramid into a conforming set of congruent cubic pyramids and invariant bipyramidal elements. The theoretical properties of the refinement strategy are rigorously analyzed and evaluated. In addition, a new class of fully symmetric quadrature rules with positive weights are generated for the cubic pyramid. These rules are capable of exactly integrating polynomials with degrees up to 12. Their effectiveness is successfully demonstrated on polynomial and transcendental functions. Broadly speaking, the refinement strategy and quadrature rules in this paper open new avenues for four-dimensional hybrid meshing, and space-time finite element methods.

Пресичане на политопи в n -мерни пространства

Пресичането на политопи е основен проблем на изчислителната геометрия. Това е задача с многобройни инженерни приложения. При създаване на крайноелементни мрежи е необходим контрол за пресичане на симплекси и паралелотопи. Установяване на пресичане на изпъкнали политопи с проста геометрия е изключително важно по отношение на решаване на практически задачи свързани с генерирането на крайноелементни мрежи. Тази статия е посветена на алгоритъм за установяване на пресичане на изпъкнали политопи. Представяме нов итеративен алгоритъм, който е независим от размерността на Евклидовото пространство. Основната идея е триангулиране на тестваните политопи чрез симплициялни крайни елементи и след това изследване на двойки потенциални симплекси за пресичане. За тази цел е разработен метод за откриване на пресичащи симплекси в R^n . Алгоритъмът е подробно описан чрез псевдокод. Предимствата на предложения метод са демонстрирани в дванадесетмерно Евклидово пространство.

Intersection of polytopes in n -dimensional spaces

The intersection of polytopes is a basic problem of computational geometry with many engineering applications. Intersections of simplices or parallelotopes have been widely used in finite element grid generations. This paper is devoted to an algorithm for detecting overlapping polytopes. We present a new iterative algorithm, which is independent of the dimension of the Euclidean space. The main idea is triangulating the tested polytopes by simplicial _nite elements and then investigating couples of potential simplices for an intersection. For that purpose, a method for overlapping detection of arbitrary simplices in R^n is developed. A detailed description of the pseudocode of the original algorithm is presented. The advantages of the proposed method are demonstrated in the twelve-dimensional case.

Преходни елементи в произволно Евклидово пространство

Методът на крайните елементи се основава на разделянето на физическата област на голям брой малки политопи с проста геометрия. От геометрична гледна точка най-използваните крайни елементи могат да бъдат разделени на две големи групи: симплициялни елементи и хиперкубични елементи. Създаването на хибридни конформни триангулации на криволинейни области със сложна геометрия изисква използването на различни видове преходни елементи, които са специфични за всяко конкретно Евклидово пространство. В статията е решен един от основните проблеми на метода на крайните елементи в многомерни пространства - конформно свързване на хиперкубични и симплициялни мрежи. Тук се фокусираме върху бипирамидалните елементи. Някои свойства на такива елементи са разгледани за всяко Евклидово пространство с размерност, по-голяма от две.

Transitional elements in n -dimensional Euclidean space

The finite element method is based on the division of the physical domains into a large number of small polytopes with simple geometry. Basically, the most useful finite elements can be divided into two large groups: simplicial elements and hypercubic elements. To keep conformity, triangulating of curved domains with complex geometry requires the usage of various kinds of transitional elements, which are specific for any fixed Euclidean space. The paper deals with a basic problem of the finite element method in the multidimensional spaces - conforming coupling between hypercubic and simplicial meshes. Here we focus on the bipyramidal elements. Some properties of such kind elements are discussed in an arbitrary Euclidean space with a dimension greater than two.

Интерполационни квадратурни формули върху преходни крайни елементи

Изграждането на хиперкубични доминантни мрежи е един съвременен подход за триангулиране на многомерни криволинейни области. Кубичната пирамида има шест квадратни пирамидални клетки и една кубична клетка. Тази пирамида няма нито една симплициална клетка. Следователно директно конформно свързване между кубична пирамида и пентатоп е невъзможно. Конформните хиперкубични доминантни мрежи се нуждаят от преходни елементи. Квадратната пирамида е добре познат преходен елемент в тримерния случай. В тримерния случай няма нужда от други преходни елементи. Но броят на преходните елементи, които осигуряват конформно свързване между хиперкубични елементи и симплициални елементи, зависи от размерността на Евклидовото пространство. В четиримерния случай има само два преходни елемента. Съществуват различни квадратурни формули върху тесъракти и пентатопи. Но няма квадратурни формули върху бипентатоп. Тази статия е посветена на правила за числено интегриране върху преходните елементи. Получени са нови интерполационни квадратурни формули върху кубични пирамиди и бипентатопи. Новите квадратури осигуряват концентрация на матриците на маса на преходните елементи.

Interpolation Quadrature Formulae on Transitional Finite Elements

The constructing of hypercubic dominant meshes is a state-of-the-art approach to triangulate curved multidimensional domains. The cubic pyramid has six square pyramidal facets and one cubic facet, it has not any tetrahedral facet. Therefore, a direct conforming coupling between the cubic pyramid and a pentatope is impossible. The conforming hypercubic dominant meshes require transitional elements. The square pyramid is the well-known transitional element in the three-dimensional case. In the three-dimensional case, there is no need for other transition elements. But the number of transitional elements that assure a conforming coupling between hypercubic elements and simplicial elements depends on the dimension of the Euclidean space. There are two transitional elements in the four-dimensional case. On the other hand, there are various quadrature formulae on tesseracts and pentatopes. But there are not quadrature formulae on bipentatope. This paper is devoted on numerical integration rules on transitional elements. New interpolating quadrature formulae on cubic pyramids and bipentatopes are obtained. The new quadrature assures lumping of the element mass matrix.

Квадратурни формули върху обогатени Лагранжеви елементи

Пространствено-времевият подход за решаване на параболични и хиперболични задачи се нуждае от неструктурирани крайно-елементи мрежи в четиримерно Евклидово пространство. Някои диференциални уравнения в четиримерното пространство са модели на инженерни и физически проблеми. Като прост пример споменаваме взаимодействието на две частици в квадрат. Този процес се описва чрез четиримерно стационарно уравнение на Шрьодингер върху тесърракт. В тази статия е получен нов краен елемент, чрез обогатяване на стандартен четиримерен Лагранжев краен елемент с 15 възли. За създаването на новия елемент се използват набор от функции камбани. Новият краен елемент е приложим за триангулиране на криволинейни области. Местоположението на възлите върху границата на елементите от пограничния слой не може да бъде случайно. За да се гарантират оптимални интерполационни свойства на новия елемент е определена връзка между възлите в центровете на клетките, възела в центъра на елемента и възлите върху границата. Разработена е нова 21-точкова интерполационна квадратурна формула, която в комбинация с новия елемент диагонализира матрицата на маса.

Quadrature formulae on enriched Lagrangian elements

The space-time finite element method for solving parabolic and hyperbolic problems needs unstructured finite element meshes in the four-dimensional Euclidean space. Some differential equations in the four-dimensional space are models of engineering and physical problems. As a simple example, we mention the interaction of two particles in a square. This process has been modeled by the four-dimensional stationary Schrödinger equation in a tesseract. The paper deals with a new finite element obtained by enrichment of the 15-node standard four-dimensional Lagrangian finite element. A set of bubble functions are used to create the new element. The new finite element is applicable for triangulating curved domains. The elements from the boundary layer need a specific location of the boundary nodes. A relation between the cell center nodes, the element center node, and the boundary nodes that guarantees the optimal interpolation properties is defined. A new 21-node interpolation quadrature formula that lumps the mass matrix is developed.

Скорост на разходимост на редици от пирамидални елементи

Най-ранните статии за приложенията на метода на крайните елементи за решаване на диференциални уравнения са свързани с едномерни задачи. В днешни дни методът на крайните елементи се прилага успешно за решаване на гранични задачи и задачи за собствени стойности в многомерни Евклидови пространства. Минималната мярка на изроденост на симплициалните елементи зависи от размерността на крайномерното пространство. Тя клони към безкрайност, когато размерността на Евклидовото пространство расте неограничено. Пирамидалните крайни елементи са сравнително нови в сравнение с кубичните и симплициалните елементи. Основната роля на пирамидите е да осигурят конформно свързване между структурирани и неструктурирани мрежи от крайни елементи. Тази статия е посветена на скоростта на разходимост на редици от пирамидални крайни елементи. Доказани са две теореми за скоростта на разходимост. За илюстрация резултатите от теоремите са представени графично.

The rate of divergence of sequences of pyramidal elements

The earliest papers on applications of the finite element method for solving differential equations were related to one-dimensional problems. In the present day, the finite element method has been successfully applied for solving boundary and eigenvalue problems in higher-dimensional Euclidean spaces. The minimal measure of the degeneracy of the simplicial elements depends on the dimension of the finite dimensional space. It tends to infinity when the dimension of the Euclidean space grows up unbounded. The pyramidal elements are relatively new compared to hexahedral and simplicial elements. The major role of the pyramids is to assure conforming coupling between structured and unstructured finite element meshes. This paper deals with the rate of divergence of the sequence of pyramidal finite elements. Detailed proofs of two divergence theorems are obtained. For illustrations, the results of the theorems are presented graphically.

Многомрежов метод за решаване на телеграфно уравнение

Линейно телеграфно уравнение с периодични гранични условия е избрано за моделен проблем в тази статия. Моделната задача се използва, за да се илюстрира нов метод на крайните елементи за решаване на хиперболични гранични задачи. До този момент различни учени са представяли по различен начин телеграфното уравнение в слаба форма. В тази статия е намерена оригинална слаба форма на разглежданата гранична задача. Представен е подробен многомрежов алгоритъм за решаване на телеграфно уравнение в слаба форма. Демонстрирани са числени симулации, включително изглаждане на функцията грешка, както и графики на приближени решения. Приблизителна асимптотична скорост на сходимост е изчислена чрез прилагане на три последователни триангулации и кубични пробни функции.

A multigrid method for solving the telegraph equation

A linear telegraph equation with periodic boundary conditions is chosen for a model problem in this paper. The model problem is used in order to be illustrated a new finite element method for solving hyperbolic boundary value problems. There are various weak forms of the telegraph equation that have been in use up to now. An original weak problem related to the problem of interest is obtained. A detailed multigrid algorithm describing the essence of the considered method is developed. Numerical simulations including smoothing of an error function and a graph of an approximate solution are demonstrated. An approximate asymptotic rate of convergence is calculated by applying three successive triangulations and cubic trial functions.

Свойства на многомерни симплициални крайни елементи

Тази статия описва свойствата на някои многомерни симплициални крайни елементи по отношение на техните приложения за решаване на многомерни гранични задачи и задачи за собствени стойности. Получени са нови класове на подобие, които се сравняват със симплициалните класове породени от елементите на Фройдентал. В тази статия е установено, че мярката на изроденост за всеки симплициален клас клони към безкрайност, когато размерността на Евклидовите пространства расте неограничено. Естествено възниква въпросът: каква е скоростта на разходимост за редиците от разглежданите симплициални елементи? За да дадем отговор на този въпрос, изчисляваме точната скорост на разходимост за всички разглеждани редици от симплициални елементи. Доказани са аналитични връзки между изследваните симплициални класове. Представени са различни примери в подкрепа на теоретичните резултати. Косинусът на абстрактния ъгъл между многомерните крайноелементни пространства характеризира скоростта на сходимост на многомерните методи. Числото на свиваемост е изчислено в изотропния и анизотропния случаи. Илюстрирана е зависимостта на константата в усиленото неравенство на Коши-Буняковски-Шварц от формата на използваните елементи. Потвърдена е хипотезата на Брандс и др. [10] относно числото на свиваемост за оператора на Лаплас и рафинирани триангулации от елементи на Фройдентал чрез червен оператор за разделяне. Допълнително са формулирани нови хипотези относно инвариантността на избрани симплициални елементи. Намерени са многомерни инвариантни симплекси по отношение на червените и сините стратегии за сгъстяване.

Properties of the multidimensional finite elements

The paper describes properties of some multidimensional simplicial finite elements with respect to their applications for solving multidimensional boundary and eigenvalue problems. New classes of similarity are obtained and compared with Freudenthal's simplicial class. The degeneracy measure of each simplicial class grows up to infinity when the dimensions of the Euclidean spaces increase unboundedly. Naturally, the question arises: how fast degenerate the elements from each simplicial class? To give an answer to this question we calculate the exact rate of divergence for all considered sequences of simplicial classes. Analytic relations between the investigated simplicial classes are proved. Examples supporting the theoretical results are presented. The cosine of the abstract angle between multidimensional finite element spaces is calculated in the isotropic and anisotropic cases. The dependence of the Cauchy-Bunyakovsky-Schwarz (CBS) constant on the shape of the used elements is illustrated. We confirm the Brandts et al. [10] conjecture concerning the contraction number for the Laplace operator and red refined Freudenthal's simplicial elements. Additionally, we formulate new conjectures concerning the invariance of simplicial elements. We found multidimensional simplices invariant regarding the red and blue refinement strategies.

Методи за сгъстяване

Математическите модели на различни инженерни задачи представляват елиптични гранични задачи. Някои приложни задачи изискват физическата област да бъде разделена на две или повече отделни подобласти, които се триангулират независимо. От друга страна, смесени мрежи от крайни елементи намират приложение за решаване на частни диференциални уравнения в криволинейни области. В този случай във вътрешността на областта се използват кубични крайни елементи, а в близост до границата се разполагат тетраедърни крайни елементи. Освен това смесени мрежи с преходни елементи са необходими за h - p версията на метода на крайните елементи. Хибридните мрежи са обект на голям интерес през последните десетилетия. Съществуват две основни изисквания, които трябва да бъдат удовлетворени, създавайки хибридни мрежи от крайни елементи. Първото е: цялата триангулация на интересуващата ни област бъде конформна. От друга страна, се нуждаем от устойчива стратегия за сгъстяване, която поражда възможно най-малък брой класове на подобие, минимална мярка на изроденост и просто дърво на сгъстяване. Обикновено пирамидалните елементи се използват за преходни елементи в интерфейлната подобласт. Разбира се в избрани частни случаи хомогенни триангулации от пирамидални елементи, могат успешно да бъдат приложени за решаване на елиптични диференциални уравнения. Тази статия е посветена на методи за сгъстяване на пирамидални мрежи. Тествани са различни пирамидални елементи и са демонстрирани случаи на нестабилност.

Refinement strategies

Various elliptic boundary value problems have been used for mathematical models of many engineering problems. Some applied problems require the domain of interest to be divided into two or more separate subdomains, which are triangulated independently. On the other hand, mixed finite element meshes have been used to solve partial differential equations in curved domains. In this case, hexahedral finite elements have been used in the interior of the domain and curved tetrahedral elements have been located in the boundary layer. Additionally, mixed meshes with transitional elements are necessary for the h - p version of the finite element method. Therefore, hybrid meshes have been objects of great interest in the last decades. There are two major requirements that we have to satisfy creating hybrid finite element meshes. The first one is the whole triangulation of the domain of interest to be conforming. On the other hand, we need a stable refinement strategy with as small as a possible number of congruence classes, the lowest measure of degeneracy, and a simple refinement tree. Usually, the pyramidal elements have been used for transitional elements in the interface subdomains. But the homogenous triangulations based on pyramidal elements can be successfully applied for solving elliptic partial differential equations. This paper is devoted to refinement strategies for pyramidal meshes. Several pyramidal elements are tested and a case of instability is demonstrated.

A53. M. S. Petrov, T. D. Todorov, The Abstract Angle between Pyramidal Finite Element Spaces, In Proceedings vol. II, International Scientific Conference, Unitex, 2020, pp. 270-274. [ISSN 1313-230X](#)

Скорост на сходимост при многомрежовите методи

Многомрежовият метод на крайните елементи е един от най-мощните инструменти за решаване на различни инженерни задачи, моделирани чрез елиптични частни диференциални уравнения. Хексдоминантните хибридни мрежи се нуждаят от преходни елементи в интерфейсната подобласт, които осигуряват връзка между подобласти триангулирани с кубични елементи и подобласти триангулирани с тетраедърни крайни елементи. Квадратните пирамиди са най-подходящите преходни елементи. Числото на свиваемост при решаване на крайноелементна система линейни уравнения с преобуславяне чрез заличаване зависи от γ -константата в усиленото неравенство на Коши-Буняковски-Шварц. Тази статия е посветена на методи за съгъстяване на 3D пирамидални мрежи от крайни елементи и пресмятане на косинуса на абстрактния ъгъл между крайноелементните пирамидални пространства.

The rate of convergence in multilevel methods

The finite element multigrid method is the most powerful tool for solving various engineering problems modeled by elliptic partial differential equations. The hex-dominant hybrid meshes need transitional elements in the interface subdomain between hexahedral triangulated and simplicial triangulated subdomains. The square pyramids are the most suitable transitional elements. The convergence factor in solving a system of finite element equations by a diagonal block preconditioning depends on the γ -constant in the strengthened Cauchy-Bunyakovsky-Schwarz inequality. This paper is devoted to refinement strategies for 3D pyramidal finite element meshes and computations of the cosine of the abstract angle between pyramidal finite element spaces.

Нелинейни нелокални гранични задачи

Тази статия разглежда приложение на радиално базисна невронна мрежа за решаване на нелинейно елиптично частно диференциално уравнение от втори ред с гранични условия на Дирихле. Наличието на нелокален множител в силната формулировка на задачата изисква коренно различен подход от досега известните методи за решаване на гранични задачи чрез използване на невронни мрежи. В това изследване слабата формулировка на нелокалната задача е сведена до минимизиране на нелинеен функционал. Разработена е процедура за числено интегриране, чрез която се пресмята L^2 -скаларното произведение. За разлика от известни досега научни трудове, тук използваме целеви функционал в интегрална форма за обучение на невронната мрежа. Представената радиално базисна невронна мрежа използва за центрове равномерно разпределени възли. Теглата на невронната мрежа се определят чрез двуточков градиентен метод. Представеният метод за решаване на частни диференциални уравнения чрез невронни мрежи е алтернатива на метода на крайните елементи за решаване на нелокални задачи в нелипшицови области. Нова стратегия с променлива скорост на обучение е разработена и внедрена, за да се избегне разходимост в процеса на обучение на невронната мрежа. Сравнението между предложения подход с радиално базисни невронни мрежи и метода на крайните елементи е илюстрирано с конкретни примери, където е демонстрирана ефективността на двата метода.

Nonlinear nonlocal boundary-value problems

This paper proposes a radial basis function (RBF) network-based method for solving a nonlinear second-order elliptic equation with Dirichlet boundary conditions. The nonlocal term involved in the differential equation needs a completely different approach from the up-to-now-known methods for solving boundary value problems by using neural networks. A numerical integration procedure is developed for computing the local L^2 -inner product. It is known that the non-variational methods are not effective in solving nonlocal problems. In this paper, the weak formulation of the nonlocal problem is reduced to the minimization of a nonlinear functional. Unlike many previous works, we use an integral objective functional for implementing the learning procedure. Well-distributed nodes are used as the centers of the RBF neural network. The weights of the RBF network are determined by a two-point step size gradient method. The neural network method proposed in this paper is an alternative to the finite-element method (FEM) for solving nonlocal boundary value problems in non-Lipschitz domains. A new variable learning rate strategy has been developed and implemented in order to avoid the divergence of the training process. A comparison between the proposed neural network approach and the FEM is illustrated by challenging examples, and the performance of both methods is thoroughly analyzed.

Теория на мрежите

Алгоритъмът на Фройдентал, получен в началото на 40-те години, традиционно се използва за получаване на симплициални триангулации на хиперкуб. Основното предимство на този алгоритъм е, че той генерира само един клас на подобие. За съжаление алгоритъмът на Фройдентал не е оптимален по отношение на мярката на изроденост. Многомрежовите методи изискват мярката на изроденост да бъде възможно най-малка. Разделянето на куба на пет тетраедъра в тримерния случай и каноничното разделяне на тесъракт в четиримерния случай са оптимални по отношение на мярката за изроденост и многомрежовите приложения. Въпросът за оптимална стратегия за съгъстяване в многомерни пространства е все още един отворен проблем. Тази статия е посветена на разделяне на пентъракт с мярка на изроденост, много по-добра от тази, получена чрез алгоритъма на Фройдентал.

Theory of meshes

Freudenthal's algorithm obtained way back in the early forties has been traditionally used for simplicial triangulating of the hypercube. The main advantage of this algorithm is that it only generates one congruence class. Unfortunately, Freudenthal's algorithm is not optimal with respect to the measure of degeneracy. The multigrid methods require the degeneracy measure to be as small as possible. The minimal subdivision in the 3-dimensional case and the uniform tesseract corner subdivision in the 4-dimensional case are optimal in regards to the measure of degeneracy and multigrid applications. The question about the optimal refinement strategy in more dimensional cases is still an open problem. This paper deals with a penteract subdivision with a degeneracy measure much better than one obtained by the Freudenthal algorithm.

Методи за сгъстяване

Тази статия е посветена на техники за сгъстяване, подходящи за прилагане в многомерни методи на крайните елементи с кубични пробни функции. Методът за сгъстяване на Еделсбрунер и Грейсън досега не е изследван от изчислителна гледна точка. Този метод е наречен тъмночервен (ТЧМС) по аналогия с червеният метод за сгъстяване в квадратния случай, където всеки ръб се дели на две равни части. Целта на настоящата статия е да представи подробен анализ на ТЧМС. Зависимостта на ТЧМС от номерирането на върховете възли изисква разработване на подробен алгоритъм. Фройденталовото разделяне на куба е широко използвано от изследователите за получаване на йерархични тетраедърни триангулации. В кубичния случай разделянето на първия тетраедър на Зомървил е от голямо практическо значение. Тъй като ТЧМС генерира само един клас на подобие при определена номерация на възлите, ние разработихме подробен алгоритъм който гарантира, че всички наследници са от един и същи клас. Ситуацията е много по-сложна, при разделяне на произволен тетраедър. Необходим е голям обем изчисления, за да се установи правилно номериране на върховете възли. Ако най-доброто номериране на възлите не е избрано за всички елементи на всички нива, мярката на изроденост клони към безкрайност, когато броят на нивата нараства неограничено. За да се избегнат всички тези трудности е получена нова канонична стратегия за сгъстяване (КСС). КСС е по-добра от алгоритъма на Еделсбрунер и Грейсън по отношение на мярката на изроденост. Тази стратегия за сгъстяване генерира само правилни тетраедри и правоъгълни симплекси на всички нива и за всички смесени области. Тези два тетраедри са най-удобни от изчислителна гледна точка. Освен това за всички смесени области КСС съществено намалява броя на класовете на подобие. Новата стратегия за сгъстяване не се нуждае от алгоритъм за правилно номериране на върховете възли. ТЧМС генерира твърде сложно дърво на сгъстяване и по-висока мярка на изроденост в комбинация с лицево центрираното разделяне на куба. Стратегията за сгъстяване Z , получена от авторите, превъзхожда ТЧМС по отношение на броя на класове на подобие и мярката на изроденост. Разгледани са линейни гранични задачи върху променящи се области. Предимствата на КСС са демонстрирани чрез решаване на анизотропна дифузна задача в свиваща се област. Качеството на дискретизация е илюстрирано чрез грешката при отрязване в приближените решения по метода на крайните елементи. За целта са използвани редици от последователни триангулации.

Refinement Strategies

The paper deals with refinement techniques suitable for the application of finite element multigrid methods with cubic trial functions. The 27-refinement strategy by Edelsbrunner and Grayson has not been studied from a computational point of view up to now. This refinement strategy is said to be the dark red refinement strategy (DRRS) by analogy with the red refinement strategy in the quadratic case. A detailed analysis of DRRS is the aim of this paper. The dependence of the DRRS on the numbering of vertex nodes requires an algorithm development. Freudenthal partition of the cube has been widely used by researchers for obtaining hierarchical tetrahedral triangulations. In the cubic case, the refinement of the first Sommerville tetrahedron is of considerable practical importance. Since the DRRS generates one class of similarity only with a particular numbering of nodes, we have developed a detailed algorithm for proper implementation of this numbering. The situation is much more complicated when an arbitrary tetrahedron is refined. A large volume of computations is necessary in order to be established a correct numbering of the vertex nodes. If the best numbering of nodes is not chosen for all elements in all levels, the measure of degeneracy tends to infinity when the number of levels grows up unlimited. To avoid these difficulties a new canonical refinement strategy (CRS) is obtained. The CRS is superior compared to the 27-partition technique with respect to the degeneracy measure. It generates only regular tetrahedra and canonical simplices in all levels and for all mixed domains. These two tetrahedra are the most convenient from a computational point of view. Moreover, for all mixed domains the CRS essentially reduces the number of congruence classes. The new refinement strategy does not need an algorithm for the correct numbering of the vertex nodes. The DRRS generates a very complicated refinement tree and a higher measure of degeneracy in combination with the face-centered partition of the cube. On the contrary, the $\mathcal{Z}$ refinement strategy obtained by the authors is superior to the DRRS in regard to the number of congruence classes and the measure of degeneracy. Some results on boundary value problems in changing domains are discussed. The advantages of the CRS are demonstrated by solving an anisotropic diffusion problem in a shrinking domain. The behavior of discretization and truncation errors in approximate finite element solutions is illustrated by varying sequences of finite element triangulations.

Методи за съгъстяване

Тази статия изследва стратегии за съгъстяване в четиримерното евклидово пространство. Свойствата на методите за разделяне на политопи с проста геометрия влияят пряко върху качеството на приближените решения, скоростта на сходимост на крайноелементните приближенията и цялостната необходима изчислителна работа. Резултатите в тази статия са ограничени до криволинейна област Ω с непрекъсната по Липшиц граница. Във вътрешността на Ω е отделена идеална област $\hat{\Omega}$. Подобластта $\hat{\Omega}$ е триангулирана само с праволинейни елементи, които са част от вътрешния слой на начална изопараметрична крайноелементна триангулация τ_0 . Всички криволинейни елементи са разположени в пограничния слой, включен в $\Omega \setminus \hat{\Omega}$. Елементите във вътрешността на изопараметричните триангулации трябва да бъдат разделени последователно с възможно най-малък брой класове на подобие и минимална мярка за изроденост. За получаване на набор от стратегии за разделяне на четиримерни идеални области е използван дисипативен алгоритъм. Червената стратегия за съгъстяване (ЧСС) е широко използвана от различни изследователи в дву- и тримерни области. Свойствата на ЧСС зависят от размерността на Евклидовото пространство, където тя се прилага. В тази статия ЧСС е сравнена с други методи за разделяне на идеални области. Доказано е, че ЧСС генерира само четири класа на подобие на всички нива и за всички идеални области. Представено е дървото на съгъстяване за ЧСС.

Refinement Strategies

The paper deals with a refinement technique in the four-dimensional Euclidean space. The properties of the partition methods affect directly the quality of the approximate solutions, rate of convergence of the finite element approximations, and the overall necessary computational work. The results in this paper are restricted to a curved domain Ω with a Lipschitz continuous boundary. An ideal domain $\hat{\Omega}$ is separated in the interior of Ω . The subdomain $\hat{\Omega}$ contains all straight elements from the internal layer of an initial isoparametric finite element triangulation τ_0 . All curved elements are only located in the boundary layer included in $\Omega \setminus \hat{\Omega}$. The elements from the internal layer of the isoparametric finite element triangulations should be subdivided consistently with as few as a possible number of congruence classes and minimal measure of degeneracy. A dissipative algorithm is used for obtaining a set of refinement strategies for dividing four-dimensional ideal domains. The red refinement strategy (RRS) is widely used by researchers in two- and three-dimensional domains. The properties of the RRS depend on the dimensions of the Euclidean space where the RRS is applied. The RRS is compared with other partition methods for dividing ideal domains. It is proved that the RRS generates only four classes of similarity in all levels and for all ideal domains. The refinement tree of the RRS is presented.

A48. T. D. Todorov, A Second Order Problem with Nonlocal Boundary Conditions, Scientific Publications of the state university of Novi Pazar, Ser. A: Appl. Math. Inform. and Mech., vol. 10, 2 (2018), pp. 71-74. [ISSN 2217-5539](#)

Нелокални гранични задачи

Елиптична задача от втори ред с нелокални гранични условия е обект на изследване в тази статия. Диференциалното уравнение в силната форма е редуцирано до задача за безусловна минимизация. Доказани са достатъчни условия за съществуване и единственост на слабото решение. Получени са априорни оценки за слабото решение.

Nonlocal boundary value problems

A second-order elliptic problem with nonlocal boundary conditions is the object of interest in this paper. The strong problem is reduced into an unconstrained minimization one. Sufficient conditions for the existence and uniqueness of the weak solution are proved. A priory estimates for the weak solution are obtained.

Стратегии за съгъстяване

Настоящата статия е посветена на разделяне на 4D политопи. Получен е нов дисипативен алгоритъм за триангулиране на 4D едносвързани области. Новият алгоритъм е успешно приложен за разделяне на тесъркт и правоъгълен 4D симплекс. Получена е нова стратегия $\mathcal{L}$ за йерархично разделяне на политопи. Новата техника за съгъстяване генерира единствен клас на подобие на всички нива и за всички квазиканонични области. Методът за съгъстяване $\mathcal{L}$ е по-добър от всички известни до момента методи по отношение на мярката на изроденост.

Refinement strategies

The present paper is devoted to 4D polytope subdivisions. A new dissipation algorithm for triangulating 4D simply connected domains has been developed. The new algorithm has been successfully applied for subdividing the tesseract and the 4D cube corner. A new refinement strategy $\mathcal{L}$ for hierarchical refinement of polytopes has been created. The new refinement technique generates one and only one class in all levels and for all quasi canonical domains. Additionally, a comparison with all known methods indicates that $\mathcal{L}$ is superior with respect to the measure of degeneracy.

Нелинейни нелокални гранични задачи

Обект на изследване в тази статия е нелинейна нелокална гранична задача за p -Лапласово уравнение с гранични условия на Дирихле. Представено е строго доказателство за съществуването и единственост на слабото решение. Слабата формулировка на нелокалната задача е трансформирана в задача за безусловна минимизация. Получено е вариационно неравенство за целевия функционал. Доказани са априорни оценки за слабото решение. Оптимизационната задача е решена чрез двуточков итерационен градиентен метод. Намерена е стъпка за итерационния метод, осигуряваща монотонно намаляване на грешката в приближените решения. Установена е Q -линейна сходимост на крайноелементните приближения към дискретното решение. Доказано е монотонно намаляване на грешката. Разработена е оригинална процедура за получаване на началните приближения в итерационния процес. Представени са числени примери, подкрепящи разработената теория.

Nonlinear nonlocal boundary-value problems

The paper deals with a nonlinear nonlocal p -Laplacian equation with Dirichlet boundary conditions. A rigorous proof for the existence and uniqueness of the weak solution is presented. The weak formulation of the problem of interest is transformed into an unconstrained minimization problem. Variational inequality for the objective functional is obtained. A priori estimates for the weak solution are proved. The optimization problem is solved by means of the two-point step size gradient method. A steplength for the iterative method assuring a monotone decrease of the error in approximate solutions is found. Q -linear convergence of the finite element approximations to the discrete solution is established. A monotone error reduction is proved. An original procedure for obtaining initial guesses is developed. Numerical examples supporting the developed theory are discussed.

Минимизация на нелинейни функционали

Тази статия е посветена на анализ на скоростта на дълбоко машинно обучение чрез многослойни невронни мрежи. При проектирането на невронни мрежи много автори прилагат среднополева апроксимация, за да установят активните неврони в скритите слоеве. За да получим граничните стойности при среднополева апроксимация ние трансформираме първоначалната задача в минимизационна. Обект на изследване е методът на Барзилай и Борвайн за решаване на получения оптимизационен проблем. Основното предимство на двуточковия градиентен метод е в неговата променлива стъпка. Изборът на подходящата стъпка зависи от целевия функционал. В тази статия са получени оригинални стъпки, които са сравнени с класическата стъпка използвана от Барзилай и Борвайн. Доказани са достатъчни условия за съществуване и единственост на слабото решение. Представено е строго доказателство за сходимост на среднополевите апроксимации. Представени са примери с различни теглови матрици.

Minimization of nonlinear functionals

This paper is devoted to an analysis of the rate of deep belief learning by multilayer neural networks. In designing neural networks, many authors have applied the mean-field approximation (MFA) to establish that the state of neurons in hidden layers is active. To study the convergence of the MFAs, we transform the original problem to a minimization one. The object of investigation is the Barzilai-Borwein method for solving the obtained optimization problem. The essence of the two-point step size gradient method is its variable steplength. The appropriate steplength depends on the objective functional. Original steplengths are obtained and compared with the classical steplength. Sufficient conditions for existence and uniqueness of the weak solution are established. A rigorous proof of the convergence theorem is presented. Various tests with different kinds of weight matrices are discussed.

Итерационни методи за обучение на невронни мрежи

В различни области на индустрията, дистанционното управление на машините значително увеличава производителността. Дистанционното управление на машини е изключително важно при възрастни хора и хора с увреждания. Гласовите комуникации са естественят начин за комуникация между служителите от различни йерархични структури. Развитието на съвременния хардуер, позволява такива взаимоотношения да се изграждат и между човек и машина. Контактът с управлявания обект на говоримия език прави контрола много по-ефективен отколкото управлението чрез компютърни команди на различни алгоритмични езици. Гласовото управление осигурява бърза и свободна комуникация между хора и контролирани обекти затова то намира естествени приложения свързани с управлението на движещите се обекти. Настоящата статия е посветена на дистанционното управление на движещи се обекти. Гласовият контрол се използва за управление на роботи, дронове, инвалидни колички и др. С цел осъществяване на гласово управление е получен нов стохастичен класификатор. Осъществена е успешна класификация чрез нова машина на Болцман с два скрити слоя. Процесът на дълбоко машинно обучение е изследван по отношение на задачата за среднополева апроксимация. Подобен алгоритъм за прилагане на метода на последователните приближения е използван за повишаване на скоростта на сходимост. Полученият в тази статия алгоритъм за обучение на класификатора е представен в псевдокод. Демонстрирани са числени експерименти, които илюстрират разгледаната теория.

Iterative methods for training neural networks

There are various areas of industry where the remote control of machines significantly increases productivity. In terms of household, this is extremely important for elderly and disabled people. Voice instructions are the most natural way of communication between employees from different hierarchical structures. The development of contemporary hardware allowing such relationships to build span between man and machine. Contact with the managed object of spoken language makes control very efficient. Moving objects can be successfully controlled by voice commands having in mind that the voice control assures hands-free and fast communication between humans and controlled objects. The present paper deals with the remote control of moving objects. Voice control is used for managing robots, drones, wheelchairs, etc. A new stochastic classifier has been obtained for this purpose. A successful classification by a new two hidden layer Boltzmann machine has been realized. The process of deep machine learning has been studied with respect to the mean-field approximation problem. An improved fixed-point iteration algorithm is used to accelerate the rate of convergence. An algorithm for training the classifier has been written explicitly in pseudocode. Real-life tests are discussed.

Итерационни методи за обучение на невронни мрежи

Тази статия изследва приложението на ограничената машина на Болцман за автоматичното разпознаване на реч в системите за гласово управление. Разработена е система, която се фокусира върху използването на сигнален процесор за трансформиране на гласовите команди в цифрови кодове с цел управление на определена среда. Представен е нов стохастичен модел на системата. Класификатора за разпознаване на реч се опира на генеративно обучение чрез ограничена машина на Болцман. Съществено са използвани нови класификационни подходи базирани на критерии за съвпадение на два времеви реда. Успешно разпознатите команди се съхраняват за допълнително обучение, което допуска системата да се развива във времето. Представени са различни реални приложения на предложената система. Моделът е тестван върху експериментална база от данни.

Iterative methods for training neural networks

This paper investigates the application of the Restricted Boltzmann Machine to the problem of automatic speech recognition in a voice control system. The proposed system focuses on using a signal processor to transform the voice commands into digital codes to manipulate a particular environment. A novel stochastic model of such a system is presented. Generative learning by a Restricted Boltzmann Machine is applied in the classifier of the speech recognition model utilizing innovative classification criteria for matching two time series. The successfully recognized commands are stored for additional training. Various real-life applications of the proposed system are discussed. The proposed model is tested on an experimental data set.

A42. A. Srivastava, M. Kumar and T. D. Todorov, A ninth-order convergent method for solving steady state reaction-diffusion model, Computational Mathematics and Modeling, vol. 26, issue 4, 2015, pp. 593-603. ISSN 1046-283X
Scopus Q4

Нелинейни нелокални гранични задачи

В статията се разглежда стационарна версия на нелокална нелинейна параболична задача, дефинирана върху ограничена многоъгълна област. Нелокалният множител, включен в силната формулировка, значително увеличава сложността на задачата и необходимата обща изчислителна работа за нейното решаване. Нелинейната слаба форма на задачата е линеализирана, което я прави удобна за решаване чрез итерационни методи от Нютонов тип. С помощта на метода на крайните елементи е формулирана дискретна задача. За решаване на дискретната задача е приложен устойчив итеративен метод с девети ред на сходимост. Итеративният алгоритъм е описан с псевдокод. Методът е реализиран компютърно и приближените решения са представени графично.

Nonlinear nonlocal boundary-value problems

The paper deals with a steady-state version of a nonlocal nonlinear parabolic problem defined on a bounded polygonal domain. The nonlocal term involved in the strong formulation essentially increases the complexity of the problem and the necessary total computational work. The nonlinear weak formulation of the problem is reduced to a linear one suitable for applications of Newtonian type iterative methods. A discrete problem is obtained by the FEM. A fast and stable iterative method with ninth-order of convergence is applied for solving the discrete problem. The iterative algorithm is described by a pseudo-code. The method is computer implemented and the approximate solutions are presented graphically.

Математическо моделиране на гласови сигнали

Настоящата статия разглежда модел на система за гласово управление. Този модел се основава на крайно-елементна обработка на входния сигнал. Получената система е независима от произношението на потребителите. Идеята е всяка гласова команда да се раздели на съставлящите я думи. След това всяка дума се разделя на фреймове. По-нататък всеки фрейм се обработва със собствена честота. Съществуват различни системи за управление, които работят с малки речници. Такива са домашните системи, системи за идентификация и т.н. Използването на високодостоверни стохастични модели в този случай не е ефективно, тъй като те се нуждаят от големи бази от данни за обучение и бавни процедури за вземане на решение. Основната цел на настоящото изследване е да се получи бърз, нестохастичен и устойчив алгоритъм за обработка на изолирана команда. Полученият теоретичен модел е алтернатива на методите за класификация използвани в системи, които работят с малки речници. Представени са експерименти, които потвърждават разглежданата теория.

Mathematical modeling of voice signals

The present paper deals with a voice control system model. The model is based on FEM processing of the input signal. The obtained system is speaker-independent. Each isolated command is split into words after speaker pronunciation. All words are divided into frames. Each frame is processed by a particular frequency. The words in the commands should be pronounced with pauses between them. There are a lot of control systems that operate with small vocabularies, for example, home systems, identification systems, etc. The usage of deep belief stochastic models, in this case, is not effective since they need a large training data and long-time evaluation procedures. The main purpose of the present investigation is to obtain a fast, nonstochastic, and stable algorithm for processing an isolated command. The obtained theoretical model is an alternative to the well-known methods for the systems which operate with small vocabularies. Real-life experiments supporting the considered theory are presented.

Нелинейни нелокални гранични задачи

Тази статията е посветена на нелинейно елиптично уравнение от втори ред с гранични условия на Дирихле. Нелокалният множител, включен в силната формулировка на задачата, съществено увеличава нейната сложност. Направено е строго доказателство за съществуване и единственост на слабото решение. Нелинейната слаба формулировка е сведена до минимизиране на нелинеен функционал. Лагранжеви крайни елементи са използвани при формулиране на дискретната задача. Двучков градиентен итерационен метод с оригинална стъпка е използван за намиране на приближените решения. При този подход не е необходима процедура за търсене на направление. Настоящият метод е програмиран и тестван върху различни триангулации. Тестовите примерите показват, че методът зависи слабо от началните приближения.

Nonlinear nonlocal boundary-value problems

The paper deals with a nonlinear second-order elliptic equation with Dirichlet boundary conditions. The nonlocal term involved in the strong problem essentially increases its complexity and the necessary total computational work. The existence and uniqueness of the weak solution are established. The nonlinear weak formulation is reduced to the minimization of a nonlinear functional. Finite element discretizations by Lagrangian finite elements are applied to obtain an approximate minimization problem. A two-point step size gradient method with an original steplength is used for finding approximate solutions to the problem under consideration. No line search procedure is necessary for the new approach. The present method is computer-implemented and tested on different triangulations. The test examples indicate that the method slightly depends on the initial guesses.

A39. M. S. Petrov and T. D. Todorov, Barzilai-Borwein method for a nonlocal elliptic problem, Bulletin de la Société des Mathématiciens et des Informaticiens de Macédoine, vol 2, 2014, pp. 23–30, [ISSN 0351-336X](#).

[Zentralblatt](#)

Нелинейни нелокални гранични задачи

Обектът на изследване в настоящата статия е нелокална нелинейна задача за общ елиптически оператор от втори ред. Разглежданата гранична задача представлява модел на нелокален реакционно-дифузионен процес. Това изследване е вдъхновено и от приложение на резултатите в изчислителната биология. За решаване на дискретната задача са използвани крайноелементни триангулации. Поради своята простота и ефективност, градиентния метод на Барзилай и Борвайн е използван за намиране на положителни решения по отношение на нехомогенния силен модел на растеж притежаващ Але ефект. Разработеният устойчив итеративен алгоритъм осигурява монотонно намаляване на грешката. Представено е строго доказателство на теоремата за монотонна сходимост. Представени са и числени експерименти в подкрепа на разглежданата теория.

Nonlinear nonlocal boundary-value problems

The object of interest in the present paper is a nonlocal nonlinear problem for a general second-order elliptic operator. The problem under consideration represents a model of the nonlocal reaction-diffusion process. Furthermore, applications in computational biology are also available. The strong problem is reduced to a discrete minimization problem. The approximate problem is obtained by Lagrangian finite element discretizations. Due to its simplicity and efficiency, the Barzilai and Borwein gradient method is used for finding positive solutions with respect to the inhomogeneous strong Allee effect growth pattern. The corresponding fast and stable iterative algorithm converges monotonically with respect to the objective functional. A rigorous proof of the monotone convergence theorem is presented. Computer implementations of the method support the considered theory.

A38. T. D. Todorov, G. S. Tsanev, S. Y. Yordanov, Single voice command recognition by finite element analysis, IEEE 13th International Conference on Information Technology Based Higher Education and Training ITHET, York, England, 2014, IEEE Xplore, DOI:10.1109/ITHET.2014.7155712. ISBN978-1-4673-6730-1
[Scopus](#), [Publisher IEEE](#)

Метод на крайните елементи за обработка на сигнали

Тази статията е посветена на системите за гласово разпознаване. Получен е нов крайно-елементен метод за обработка на сигнали. Всеки входен сигнал се обработва с различна честота. Повечето автори анализират цепенстралните коефициенти в своите класификатори. В тази статия за разпознаване на входния сигнал се използва векторът на логаритмичната енергия. Въведен е нов крайно-елементен критерий за близост между гласови команди и предварително съхранени модели. За тази цел е получен нов квази-ермитов интерполационен оператор. Проведени са числени експерименти подкрепящи разглежданата теория.
--

The finite element signal processing method
--

The paper deals with voice recognition systems. A new finite element signal processing method is obtained. Each input signal is processed by a particular frequency. Most authors analyze the cepstral coefficients in their classifiers. The logarithmic energy vector is used for recognizing the input signal in the present paper. A new finite element criterion for closeness between voice commands and preliminarily stored patterns is introduced. For this purpose, a new Quasi-Hermite interpolation operator is obtained. The new ideas are computer-implemented. Real-life tests supporting the considered theory have been carried out.

A37. R. T. Ilarionov, T. D. Todorov, G. S. Tsanev and S. Y. Yordanov, Signal processing techniques for medium recognition, Journal of the Technical University of Gabrovo, vol. 50, 2014 pp. 44-49. [ISSN 1310-6686](#)

Числени методи за обработка на сигнали

Повечето автори, анализиращи гласови сигнали, използват уейвлет метод за извличане на характеристиките на сигнала и динамично изкривяване на времето за сравняване на два времеви реда в съответните класификатори. Използването на динамично изкривяване на времето създава значителни трудности при получаването на модели на времеви редове. В тази статия въвеждаме алтернативен подход за сравнение на два времеви реда без анализ на цепстрални коефициенти. Представен е нов метод за обработка на сигнали с помощта на крайни елементи. Настоящите техники за разпознаване на реч значително намаляват общата изчислителна работа, което е много важно в случай на приложение в реално време. Представени са успешни числени експерименти.

Numerical methods for signal processing

Most of the authors analyzing speech use the wavelet method for feature extraction and Dynamic Time Warping for comparing two time series in their classifiers. The usage of DTW generates significant difficulties obtaining patterns as an average of series. We introduce an alternative approach without analysis of the cepstral coefficients. The present paper summarizes new methods for the recognition of speech. A new finite element signal processing method is demonstrated. The present speech recognition techniques essentially reduce the total computational work, which is very important in the case of a real-time application. Successful real-life examples are presented. The tests strongly support the considered theory.

Теория на мрежите

Контролът върху мярката за изроденост е от съществено значение при съставянето на редици от последователни триангулации. Процедурите за анализ на мярката за изроденост са необходими при изопараметричния подход и особено в случаите, когато границата на областта притежава точки на обръщане. В този случай, обичайните методи за съгъстяване генерират редици от последователна триангулации със свойството излишък. Ето защо развитието на процедурите за подобряване на качеството на крайноелементните триангулации е добре мотивирано. Съществуват различни едномеркови техники за подобряване на качеството на крайноелементните триангулации. В тази статия представяме двунивов многомерков метод за намаляване на мярката за изроденост. Методът е приложим не само при триангулации с праволинейни крайни елементи, но и в изопараметричния случай за триангулиране на области с нелипшицова граница. Числените резултати показват, че този двумерков метод превъзхожда класическите едномеркови методи.

Theory of meshes

Reducing the degeneracy measure is a crucial point in compiling sequences of successive triangulations. The reducing degeneracy measure procedures are very important in the isoparametric approach especially in the case of boundaries with turning lines. The usual refinement strategies produce sequences of successive triangulation with overspill property in this case. That is why the development of the improving quality procedures is well motivated. There are a lot of single grid techniques for improving the quality of meshes. The paper deals with an effective two-level multigrid method for reducing the measure of degeneracy. The method is applicable not only in the affine case but also in the isoparametric one for non-Lipschitz domains. The numerical results indicate that the method is superior to the single grid ones.

A35. T. D. Todorov, The optimal refinement strategies for 3-D simplicial meshes, Computers & Mathematics with Applications, vol. 66, 7, 2013, pp. 1272-1283. ISSN 0898-1221

Impact Factor 1.996 Quartile 1, Scopus, Publisher Elsevier

Теория на мрежите
Методи за съгъстяване на тримерна мрежа от симплициални елементи са обекти на изследване в настоящата статия. Разгледана е зависимостта на решенията получени с крайни елементи от различни процедури за съгъстяване. Получен е нов метод за съгъстяване, който е оптимален по отношение на мярката на изроденост за всички канонични области. Направени са сравнения на новия метод с известни техники за разделяне на областта. Представени са някои изопараметрични примери.

Theory of meshes
3-D mesh refinement strategies are the object of interest in the present paper. The dependence of finite element solutions on various refinement procedures is discussed. A new refinement strategy, which is optimal concerning the measure of degeneracy for all canonical domains is obtained. Comparisons with known refinement techniques are made. Some isoparametric examples are presented.

A34. T. D. Todorov, Analysis of simplicial refinement strategies in spherical type domains, Journal of the Technical University - Sofia, Plovdiv Branch, "Fundamental Sciences and Applications" vol. 19, book 2, 2013, pp. 321-324. [ISSN 1310-8271](#)

Методи за сгъстяване

Телата от кълбовиден тип са известни с многобройните си инженерни приложения. Върху области с граница от сферичен тип се дефинират различни гранични задачи. Обект на изследване в настоящата статия е триангулиране на такива области. Лагранжевите крайни елементи са особено атрактивни поради ниската им изчислителна цена. Основния принос на тази статия се състои в определянето на оптимален метод за сгъстяване при области с граница от сферичен тип. Задачата е решена на основата на лагранжеви крайни елементи, както за изпъкнали липшицови области, така и за области чиято граница притежава линии на обръщане.

Refinement Strategies

The solids of spherical type are of considerable practical importance with a lot of engineering applications. The object of interest in the present paper consists of triangulating such solids. For this purpose, the simplicial Lagrangian finite elements are very attractive due to their low computational cost. The paper answers the question of which simplicial refinement strategy is the most suitable for triangulating spherical type domains. The main problem is reduced to optimization one and solved numerically both for the convex domains and for the nonconvex and non-Lipschitz ones.

A33. M. S. Petrov, G. G. Simeonova and T. D. Todorov, Optimal triangulations of a ball by simplicial finite elements, Contemporary Methods and Technologies in Scientific Research in proceedings, 2013, pp. 305-311. ISBN 978-954-21-0630-2

Методи за съгъстяване

В тази статия са изследвани редици от последователни триангулации на кълбо по отношение на мерките на изроденост и ефективност. Намерена е редица с оптимални свойства. Получените резултати са сравнени с аналогични генерирани от комерсиален софтуер.
--

Refinement Strategies

A superior sequence of successive triangulations of the ball with respect to the efficiency and degeneracy measure is found. A comparison between the most effective known methods is presented. The results are useful not only for researchers but also for developers of commercial software. Sequences of successive triangulations obtained by commercial software are analyzed.

A32. T. D. Todorov, G. S. Tsanev and G. G. Simeonova, Stability Analysis of Sequences of Successive Tetrahedron Triangulations, in proceedings of The Third International Scientific Congress, vol. 7, Varna, Bulgaria, 2012, pp. 257-261.
 ISBN 978-954-20-0556-8

Методи за съгъстяване

Успешните приложения на многорежеви методи зависят от съставянето на редици от последователни триангулации. Изборът на метод за съгъстяване се нуждае от съответния оператор за връзка между две последователни мрежи. Качеството на мрежите влияе пряко върху приближените решения. Затова изследването на редици от последователни триангулации е добре мотивирано. Статията представлява един сравнителен анализ на най-популярните методи за съгъстяване и изяснява областите на тяхното приложение. Направени са тестове и върху области с точки на обръщане. Доказана е устойчивост на метода за съгъстяване 7-12 за всички канонични области. Изследвани са и свойствата на някои забележителни тетраедри.

Refinement Strategies

Successful applications of multigrid methods strongly depend on compiling sequences of successive triangulations. The choice of refinement strategy needs a corresponding intergrid transfer operator. The quality of meshes affects directly the approximate solution. That is why the investigation of sequences of successive triangulations is of considerable practical importance. The paper deals with a comparative analysis of the most popular refinement strategies and clarifies the area of their applications. The tests of different approaches for triangulating domains with turning points is also presented. The stability of the 7-12 Refinement Strategy in the case of canonical domains is proved. Properties of some remarkable tetrahedra are investigated.

Невложени многомерни методи

Елиптична задача от втори ред е разгледана върху област със сложна геометрия. Областта е триангулирана с триъгълни крайни елементи от степен по-висока или равна на две. Образувана е редица от невложени последователни триангулации включващи криволинейни крайни елементи. Доказана е оптималната скорост на сходимост за пълния многомерен алгоритъм. Теоремата за сходимост е разгледана в случая, когато броят на итерациите за решаване на остатъчната задача на грубата мрежа е избран така, че цената на изчислителната работа на една итерационна стъпка на многомерния алгоритъм е пропорционална на броя на неизвестните. Анализът на сходимост на пълния многомерен алгоритъм е направена въз основа на изопараметричен подход. Представени са числени примери, подкрепящи представената теория.

Nonnested multigrid methods

A second order elliptic problem is investigated in domains with complex geometry. The sequence of nonnested finite element triangulations is generated by higher order curved elements. The optimal convergence rate is proved for the full nonnested multigrid algorithm. The convergence theorem is considered in the case when the number of iterations for the coarse-level residual problem is chosen so that the cost of the computational work of one iteration step of the multigrid algorithm is proportional to the number of unknowns. Convergence analysis of the full nonnested multigrid algorithm is done on the basis of a pure isoparametric approach. Numerical tests supporting the theory are presented.

Методи за пресмятане на детерминанти

Настоящата статия е посветена на пресмятането на детерминанта на тридиагонална положително определена матрица. За пресмятането е използвано LDL^T разлагане. Представена е и идея за решаване чрез верижни дроби.

Determinant calculation methods
--

The paper deals with a calculation of determinant of tridiagonal positive defined matrices. To this end LDL^T decomposition is used. The main idea is compared by another solution method based on the chain fractions.

A29. T. D. Todorov, 3D consistent boundary-flux problem in domains with complex geometry, International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow vol. 17, № 5, 2007, pp. 522-532. ISSN 0961-5539
 Impact Factor 0.304 Quartile 4, Scopus, Publisher Emerald

Елиптични задачи от втори ред в области със сложна геометрия

Разгледана е тримерна задача за пресмятане на потока през двумерна затворена непрекъсната по Липшиц граница. По своята същност това представлява задача в която двете страни имат различни размерности. Статията представя изопараметричен метод на крайните елементи за решаване на тримерна задача за пресмятане на потока през граница със сложна геометрия. В приложената разработка е намерена оценка на грешката в приближеният поток получен чрез криволинейни изопараметрични елементи от произволна степен. Представени са общи резултати валидни за всички 3D области с Липшиц-непрекъсната граница. Оценена е грешката от приближаване на областта. Направени са оригинални доказателства за скоростта на сходимост, при което съществено е използвано изображението на Лъноар. Получените резултати позволяват на инженерите да пресметнат потока през криволинейни граници, използвайки метода на крайните елементи.

Second-Order Elliptic Problems in Domains with Complex Geometry

A 3D problem for calculating flux across two-dimensional closed Lipschitz-continuous boundary is considered. Formally, this is a problem where both sides have different dimensions. The main goal of this paper is to obtain error estimates for 3D consistent boundary-flux approximations. An isoparametric approach is used for constructing finite-element approximations. This research study presents a convergence analysis of 3D boundary-flux approximations. Error estimates are proved for the approximate solutions of the problem under consideration. General results for a consistent boundary-flux problem are obtained for all 3D domains with Lipschitz-continuous boundary. The obtained results enable engineers to calculate the flux across the curved boundaries using the finite element method. The paper presents an isoparametric finite-element method for a 3D consistent boundary-flux problem in domains with complex geometry. The work is addressed to the possible-related fields of interest of postgraduate students and specialists in fluid mechanics and numerical analysis.

02.09.2021г.
 Габрово

Подпис:
 /доц. д-р Тодор Тодоров/